



**Zadania na XV Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom I**

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Finał

18 kwietnia 2015 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Dany jest trapez prostokątny $ABCD$, w którym ramię AD jest prostopadłe do podstaw trapezu. Podstawy trapezu mają długości $|AB| = 13$, $|CD| = 5$, zaś ramię AD ma długość $|AD| = 15$. Symetralna ramienia BC przecina ramię AD w punkcie E . Oblicz obwód trapezu, oraz długość odcinka AE .
2. Pan P ma trójkę dzieci: starsze bliźniaki i młodszego syna. Wiek pana P oraz jego dzieci są liczbami całkowitymi dodatnimi, ponadto wiek pana P to liczba całkowita o sumie cyfr równej 5. Pan P powiedział, że gdy sumę lat wszystkich jego dzieci pomnożymy przez jego wiek, to otrzymamy 256. Ile lat mają bliźniaki pana P . Przedstaw pełne rozumowanie z uzasadnieniem odpowiedzi.
3. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych nieujemnych, takich, że suma ich iloczynu i ilorazu jest równa 185. Przedstaw pełne rozwiązanie zadania, nie odgadyując szukanych liczb.
4. Dla jakich rzeczywistych liczb x wyrażenie $w(x)$ przyjmuje wartość najmniejszą, jeśli $w(x) = 4 - \sqrt{9 - \sqrt{2x^2 + 6\sqrt{2}x + 9}}$. Wyznacz tę najmniejszą wartość.
5. Na prostej AC , pomiędzy punktami A i C , leży punkt B . Po tej samej stronie prostej AC narysowano dwa trójkąty równoboczne: ABK oraz BCL . Niech M oznacza środek odcinka AL , zaś N oznacza środek odcinka KC . Wyznacz kąt trójkąta BMN .

Powodzenia!